

12. Aufgabenblatt: Analysis 2

Lehrkräfteweiterbildung, 13 Q, 13 R, Winter 2024/25

Dozent: Hans-Joachim von Höhne

Aufgabe 12.1 Seien $f, g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ folgende Abbildungen.

$$f(r, \theta, \phi) = (r \sin \theta \cos \phi, r \sin \theta \sin \phi, r \cos \theta) \quad (\text{Kugel-Koordinaten})$$

$$g(r, \phi, z) = (r \cos \phi, r \sin \phi, z) \quad (\text{Zylinder-Koordinaten})$$

Berechnen Sie:

- 1) Die Jacobi-Matrizen $J_f(r, \theta, \phi)$ und $J_g(r, \phi, z)$.
- 2) $J_f(\bar{a})$ für $\bar{a} = (2, \pi/2, \pi/6)$ und $J_g(\bar{b})$ für $\bar{b} = (2, \pi/3, 4)$.

Aufgabe 12.2 Seien $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ die folgenden Abbildungen

$$f(u, v) = (3uv^3 - u^2v, u^2 - 3uv^2),$$

$$g(x, y) = (\sqrt{x^2 + y^2}, x^2y - 2y^2).$$

- 1) Berechnen Sie mit Hilfe der Kettenregel $J_{g \circ f}(2, 1)$ und $J_{f \circ g}(0, 1)$.
- 2) Bestimmen Sie die lineare Approximation h von f bei $\bar{a} = (2, 2)$.